

TD Algorithmes sur les graphes

Exercice 1 : Parcours à la main

1. Représenter graphiquement le graphe suivant.

```
{  
'A' : [ 'B', 'C', 'D' ],  
'B' : [ 'A', 'D' ],  
'C' : [ 'A', 'D', 'E' ],  
'D' : [ 'A', 'B', 'C', 'E', 'F' ],  
'E' : [ 'C', 'D', 'F' ],  
'F' : [ 'D', 'E' ],  
}
```

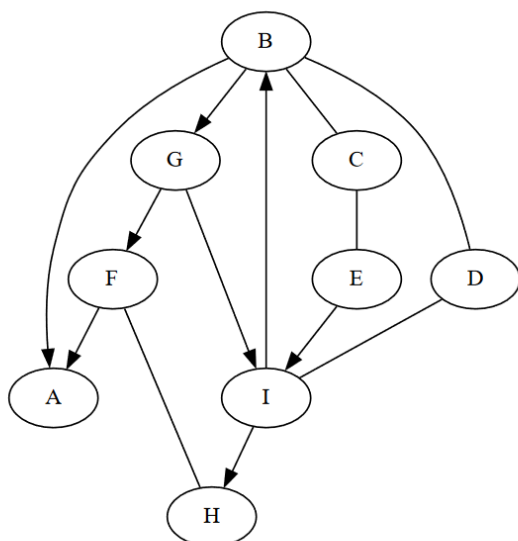
2. Donner une liste obtenue par un parcours en largeur de ce graphe en partant du sommet **A**.

3. Donner une liste obtenue par un parcours en profondeur de ce graphe en partant du sommet **D**.

Exercice 2 : Graphes orientés

1. A partir du graphe suivant, déterminer si il existe un chemin entre D et A, donner un exemple de chemin si il existe.

Déterminer si il existe un chemin entre F et D, donner un exemple de chemin si il existe.

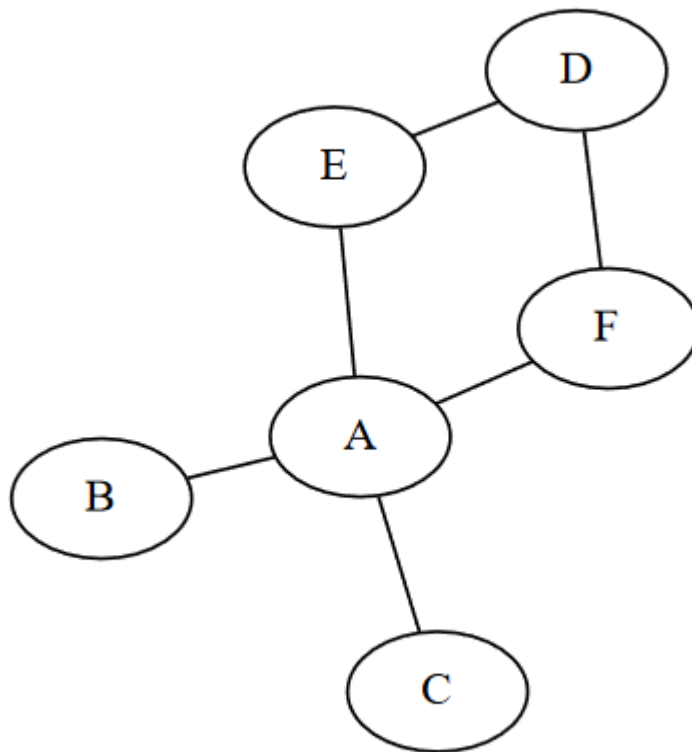


2. Réaliser un parcours en largeur à partir du sommet D.

Réaliser un parcours en profondeur à partir du sommet F.

3. Utiliser les réponses de la question précédente pour appuyer votre réponse à la question 1.

Exercice 3 : Détail des parcours



1. En utilisant les étapes énoncées dans le cours, détailler les 2 parcours possibles en partant du sommet **A**, on notera bien à chaque étape le sommet courant, les sommets déjà visités et les voisins possibles à visiter.
Ecrire la liste de voisins possibles à visiter dans l'ordre dans lequel vous aller les visiter. On placera à gauche celui visité le prochain et à droite celui visité en dernier.
2. Pour les 2 parcours détaillés, quelle structure de données serait plus efficace pour stocker les voisins à visiter.

Exercice 4 : Arbre couvrant d'un graphe

Un **arbre couvrant** est un sous-ensemble d'un graphe non orienté qui :

- contient **tous les sommets** du graphe,
- est **connexe** (on peut aller d'un sommet à un autre),
- **ne contient aucun cycle** (pas de boucle),
- contient exactement $n - 1$ arêtes si le graphe a n sommets.

On peut voir l'arbre couvrant comme une sorte de "**squelette**" **minimal** du graphe, permettant de tout relier sans redondance.

1. Représentation du graphe

On considère le graphe non orienté suivant :

```
{  
  'A': ['B', 'C'],  
  'B': ['A', 'C', 'D'],  
  'C': ['A', 'B', 'D', 'E'],  
  'D': ['B', 'C', 'E', 'F'],  
  'E': ['C', 'D', 'F'],  
  'F': ['D', 'E']  
}
```

1. Représenter ce graphe sous forme de dessin.
2. Combien d'arêtes contient ce graphe ?
3. Combien un **arbre couvrant** de ce graphe doit-il contenir d'arêtes ?
4. Peut-il y avoir plusieurs arbres couvrants pour un même graphe ? Pourquoi ?

2. Construction d'un arbre couvrant

1. À partir du sommet **A**, construire un arbre couvrant en utilisant un **parcours en largeur** ou **en profondeur**.
2. À chaque étape, noter :
 - Le sommet actuel
 - Les sommets déjà visités
 - Les arêtes ajoutées à l'arbre

3. Variantes

1. Proposer un **autre arbre couvrant**, différent du précédent.
2. Quels sont les sommets communs et les arêtes différentes entre vos deux solutions ?